Exercices avec solutions PROF : ATMANI NAJIB ***Tronc commun littéraire***
http://www.xriadiat.com

Leçon1 : Calcul numérique partie3

Correction de la Serie3 d'éxercices: Racine carrée et opérations dans IR

Exercice1: On considère un triangle ABC rectangle en A
1) Sachant que AB = 3 cm et AC = 4 cm,
a)Calculer la valeur exacte de BC.
b)Quels sont les nombres qui ont pour carré 25 ? Pourquoi a-t-on BC = 5 ?
c)Compléter la phrase suivante :« BC est le nombre positif dont le carré est … »
2)On suppose maintenant que AB = 2 cm et AC = 3 cm.
a)Rechercher la valeur exacte de BC
On dira que la valeur exacte de BC est la racine carrée de 13 que l'on notera $\sqrt{13}$
b) Rechercher une valeur approchée de $\sqrt{13}$ (utiliser une calculatrice)
c) Peut-on obtenir la racine carrée de -16 ? (utiliser une calculatrice)
La racine carrée d'un nombre négatif existe-t-elle ?

Correction : a) ABC rectangle en A donc D'après le théorème de Pythagore on a :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$ Qui signifie que : $BC^2 = 3^2 + 4^2$
Qui signifie que : $BC^2 = 25$
Donc : $BC = \sqrt{25} = 5$ (valeur exacte de BC)
b) les nombres qui ont pour carré 25 sont : 5 et -5
on a BC = 5 car BC² = 25 et la distance toujours positif
c)BC est le nombre positif dont le carré est 25
1) a) ABC rectangle en A donc D'après le théorème de Pythagore on a :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$ Qui signifie que : $BC^2 = 2^2 + 3^2$
Qui signifie que : $BC^2 = 13$
Donc : $BC = \sqrt{13}$ (valeur exacte de BC) la racine carrée de 13
b) la calculatrice donne une valeur approchée de la racine carrée de 13:
$\sqrt{13} \simeq 3,6$ (ou $\sqrt{13} \simeq 3,605$)
c)la calculatrice donne pour : $\sqrt{-16}$: ' MATH error ' la racine carrée de -16 (négatif) n'existe pas car : pas de nombre dont le carré donne : -16 ($x^2 = -16$ n'a pas de solutions dans $\mathbb{R}$
La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

Exercice2: (utiliser une calculatrice) et calculer :
$\sqrt{4}$; $\sqrt{0}$; $\sqrt{1}$; $\sqrt{225}$; ; $\sqrt{1,5625}$; $\sqrt{36000000}$; $\sqrt{-9}$

Correction :
$\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{0} = 0$; $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{225} = 15$; $\sqrt{1,5625} = 1,25$; $\sqrt{36000000} = 6000$;
Un nombre négatif n'a pas de racine carrée donc : $\sqrt{-9}$ n'existe pas

Exercice3: Résoudre l'équation suivante $x^2 = 100$

Correction : $x^2 = 100$ si et seulement si $x = \sqrt{100}$ ou $x = -\sqrt{100}$ ssi $x = 10$ ou $x = -10$
Donc : $S = \{-10; 10\}$

Exercice4: calculer et simplifier :
$A = \sqrt{\frac{9}{2}}$; $B = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}$; $C = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180}$; $D = 5\sqrt{12} + 8\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{147}$

Correction : $A = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ $B = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{28}{14}} = \sqrt{2}$

$C=3\sqrt{20}+4\sqrt{45}-2\sqrt{80}-\sqrt{180}=3\sqrt{4\times5}+4\sqrt{9\times5}-2\sqrt{16\times5}-\sqrt{36\times5}$

$C=3\times2\sqrt{5}+4\times3\sqrt{5}-2\times4\sqrt{5}-6\sqrt{5}=6\sqrt{5}+12\sqrt{5}-8\sqrt{5}-6\sqrt{5}=(6+12-8-6)\sqrt{5}$

$C=4\sqrt{5}$

$D=5\sqrt{12}+8\sqrt{27}+\sqrt{75}-2\sqrt{48}-\sqrt{147}$

$D=5\sqrt{4\times3}+8\sqrt{9\times3}+\sqrt{25\times3}-2\sqrt{16\times3}-\sqrt{49\times3}$

$D=10\sqrt{3}+24\sqrt{3}+5\sqrt{3}-8\sqrt{3}-7\sqrt{3}=24\sqrt{3}$

Exercice5: *1)* Mettre le nombre suivant sous forme $a\sqrt{7}$ où *a* est un entier relatif :

$3\sqrt{112}-2\sqrt{7}+5\sqrt{28}$.

2) Donner la valeur exacte du nombre suivant : $A=\left(4-\sqrt{5}\right)\left(2+3\sqrt{5}\right)$.

3) Donner à l'aide de la calculatrice une valeur approchée de A

4) Simplifier : $B=\dfrac{8\sqrt{2}+40}{8}$.

Correction :1) $3\sqrt{112}-2\sqrt{7}+5\sqrt{28}=(3\times4-2+5\times2)\sqrt{7}=20\sqrt{7}$.

2) $A=\left(4-\sqrt{5}\right)\left(2+3\sqrt{5}\right)=8+12\sqrt{5}-2\sqrt{5}-15=10\sqrt{5}-7$ (la valeur exacte)

3) $A=\left(4-\sqrt{5}\right)\left(2+3\sqrt{5}\right)=10\sqrt{5}-7\approx10\times2{,}23-7\approx15{,}3$ *(la valeur approchée)*

4) $B=\dfrac{8\sqrt{2}+40}{8}=\dfrac{8\sqrt{2}+8\times5}{8}=\dfrac{8\left(\sqrt{2}+5\right)}{8}=\sqrt{2}+5$.

Exercice6: Ecrire $A=\sqrt{98}+\sqrt{2}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où *b* est le plus petit possible. Ce nombre Est–il un élément de $\mathbb{Q}$?

Correction : $A=\sqrt{98}+\sqrt{2}=\sqrt{49\times2}+\sqrt{2}=\sqrt{49}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}=7\times\sqrt{2}+\sqrt{2}=(7+1)\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

Donc : $A=8\sqrt{2}$ qui n'est pas un rationnel.

Exercice7 : Simplifier ou développer 1) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}$ 2) $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$ 3) $\sqrt{12}-\sqrt{108}$ 4) $\left(2-\sqrt{6}\right)^2$

5) $\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)$ 6) $3\sqrt{2}+5\sqrt{3}+7\sqrt{2}-6\sqrt{3}$ 7) $7\sqrt{5}-\sqrt{20}-\sqrt{45}$ 8) $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$

Correction :1) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\sqrt{2}\times\sqrt{2\times3}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2}^2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

2) $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{21}{3}}=\sqrt{7}$ 3) $\sqrt{12}-\sqrt{108}=\sqrt{4\times3}-\sqrt{12\times9}=2\sqrt{3}-6\sqrt{3}=-4\sqrt{3}$

4) $\left(2-\sqrt{6}\right)^2=2^2-2\times2\times\sqrt{6}+\sqrt{6}^2=4-4\sqrt{6}+6=10-4\sqrt{6}$

5) $\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)=x^2-\sqrt{2}^2=x^2-2$

6) $3\sqrt{2}+5\sqrt{3}+7\sqrt{2}-6\sqrt{3}=10\sqrt{2}-\sqrt{3}$; 7) $7\sqrt{5}-\sqrt{20}-\sqrt{45}=7\sqrt{5}-2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

8) *Rendre le dénominateur rationnel* $A=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ *on multiplie le dénominateur par son conjugué*

$A=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}^2-1^2}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{1}=\sqrt{2}+1$